

Das Ziegenproblem

Aufgabe 1 Herr Glück nimmt an einem Spiel mit folgenden Regeln teil:

Vor ihm sind drei Tore. Hinter einem Tor steht ein Ferrari, und hinter den anderen beiden Toren befindet sich jeweils eine Ziege.

Herr Glück wählt zufällig eines der Tore aus.

- Bilden Sie unter  Statistik eine Tabelle, in deren `list1` die Zahl des zufällig von Hr. Glück gewählten Tores 1, 2 oder 3 steht. Das Spiel soll 100 Mal gespielt werden. Nehmen Sie an, dass der Veranstalter zufällig das Tor wählt, hinter dem er den Ferrari versteckt. Tragen Sie die Tornummer in `list2` ein.
- In `list3` sollen die Differenzen der Einträge der Listen 1 und 2 eingetragen werden, d. h. `list1 - list2`. Erklären Sie die Einträge in dieser Spalte.

Nach der Auswahl eines Tores durch Hr. Glück öffnet der Schiedsrichter eines der anderen beiden Tore, hinter dem sich eine Ziege befindet.

Im Anschluss darf Hr. Glück das zuvor gewählte Tor behalten oder das zweite nicht geöffnete Tor auswählen.

- Überlegen Sie sich, welche Entscheidung Hr. Glück treffen soll, um eine möglichst große Gewinnchance zu haben.
- Für die Fortsetzung der Berechnungen ist es hilfreich, die Einträge `list3` zu überarbeiten. Wir brauchen nur zu wissen, ob Hr. Glück bereits bei der ersten Wahl das Tor mit dem Ferrari gewählt hat oder nicht. Dazu soll `list4` so eingerichtet werden, dass gilt:

$$\text{list4}[i] = \begin{cases} 0 & \Leftrightarrow \text{richtige Auswahl} \\ 1 & \Leftrightarrow \text{falsche Auswahl.} \end{cases}$$

Erklären Sie, warum die folgende Anweisung in `list4` die Bedingung erfüllt:

```
int(1/3*abs(list3)+2/3)
```

Wenden Sie diese Operation auf `Cal` von `list4` an.

- Berechnen Sie mithilfe des Ergebnisses aus Aufgabenteil e) die absolute und die relative Häufigkeit eines Gewinnes, wenn Hr. Glück nach dem Aufdecken einer Ziege die Wahl seiner Box ändert. Schließen Sie hiermit auf die Gewinnwahrscheinlichkeiten beim Tausch bzw. bei der Beibehaltung des gewählten Tores.
- Beweisen Sie die Vermutung aus dem Aufgabenteil f).